

1.7. МНОГОУРОВНЕВЫЕ МОДЕЛИ ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВА В УСЛОВИЯХ ИНТЕРВАЛЬНОГО ПРОГНОЗА СПРОСА

Одной из актуальных проблем менеджмента является управление ресурсами предприятий с целью обеспечения их сбалансированности со спросом. Несоответствие ресурсов предприятия спросу на его продукцию может возникать по двум взаимосвязанным причинам. Первая из них состоит в том, что спрос характеризуется в настоящее время не только быстрыми изменениями, но и воздействием на него различных неучтённых и случайных факторов, в связи с чем его однозначное предсказание оказывается ненадёжным. Во-вторых, хотя для изменения количественно-качественных характеристик ресурсов требуется определённое время, эти изменения для исключения потерь должны минимально отставать от изменений спроса.

Решение проблемы несоответствия ресурсов предприятия спросу во многом связано с совершенствованием методов управления ресурсами. В системно-ресурсном подходе к менеджменту [1] ресурсы предприятия разделяются по их функциональному назначению и организационному уровню их представления. Разделение ресурсов по функциональному назначению обусловлено стремлением связать задачи обеспечения и управления ресурсами с функциональными подразделениями предприятия. Авторы публикаций по проблемам менеджмента наиболее часто в функциональной структуре выделяют маркетинговые, производственные и финансовые ресурсы. Многие исследователи распределяют задачи менеджмента ещё между тремя организационными уровнями: стратегическим, тактическим и оперативным, является общепризнанной. Управление на организационных уровнях направлено на планирование и достижение результатов деятельности предприятия соответственно в долгосрочной, среднесрочной и краткосрочной перспективах. На предприятиях с этими уровнями связаны различия в широте полномочий и ответственности работающих на них менеджеров.

На стратегическом уровне разрабатываются цели, стратегия и программа развития предприятия, определяющая мероприятия по изменению количественно-качественных характеристик ресурсов. Для реализации

стратегических планов в условиях непредвиденных и случайных воздействий среды возникает необходимость в корректировке характеристик ресурсов. Управление изменениями характеристик ресурсов для реагирования на "медленные и "быстрые" воздействия среды происходит соответственно на тактическом и оперативном организационных уровнях.

С системно-ресурсным подходом в менеджменте тесно связана концепция ERP (Enterprise Resource Planning) информационных систем, обеспечивающих комплексную автоматизацию управления на крупных и средних предприятиях [2,3]. В концепции ERP воплощены современные методы менеджмента, направленные на повышение эффективности бизнеса в целом. Поэтому в системах класса ERP считается необходимой реализация комплекса функциональных управленческих технологий. К ним относят: технологии MPS (Master Planning Scheduling) представления производственных планов в разрезе календарных периодов; технологию SIC (Statistical Inventory Control) планирования пополнения складских запасов; технологию MRP (Material Requirement Planning) планирования потребности в материалах и комплектующих в зависимости от количества и сроков заказов на готовую продукцию, структуры изделия и длительности производственного цикла; технологию CRP (Capacity resource Planning) планирования потребностей в производственных мощностях для обеспечения выполнения заказов в срок с учетом результатов работы технологии MRP и данных о технологии производства продукции. В состав ERP системы могут входить также модули управления финансовыми потоками, кадрами (HRM - Human Resource Management), взаимоотношениями с клиентами (CRM - Customer Relationship Management), взаимоотношениями с поставщиками и управление логистикой (SCM - Supply Chain Management) и другие.

Как можно видеть, технологии ERP системы предоставляют широкие возможности для решения различных расчётных задач планирования производства. Однако они ориентированы на вполне определённые уровни спроса, которые выступают в качестве исходных данных. В то же время, если среди возможных потерь учитывается упущенная выгода, то планирование всегда будет связанным с риском потерь. При этом технологии решения расчётных задач планирования непосредственно не обеспечивают управление рисками, поскольку оно имеет нечётко формализуемую цель

максимизации будущего полезного эффекта деятельности предприятия с учётом субъективных предпочтений в отношении рисков и выгод. Исходя из актуальности исследования указанной проблемы, целью работы явилась разработка концептуальной оптимизационной модели многоуровневого планирования производства в условиях интервального прогноза динамики объёмов спроса.

1. Задачи планирования производства на организационных уровнях

Планирование производства является сложной многоаспектной проблемой, охватывает задачи развития его материально-технической базы, планирования производственных заданий, обеспечения их выполнения текущими ресурсами и требует принятия решений на всех уровнях управления предприятием: стратегическом, тактическом и оперативном.

На стратегическом уровне управления предприятием разрабатываются товарная политика, долгосрочный прогноз спроса на продукцию предприятия, инвестиционная программа развития производственных подразделений на основе новых технологий и требований к количественно-качественному составу будущего производственного персонала. Стратегические планы предприятия, в том числе и инвестиционная программа, разрабатывают на период стратегического планирования (2-3 года), который разделяется на Q календарных периодов тактического планирования (годы, кварталы). Инвестиционная программа включает в общем случае множество инвестиционных проектов, и к календарным периодам тактического планирования «привязываются» сроки начала и окончания проектов и их отдельных этапов. В модели планирования производства количественно-качественные характеристики производственного оборудования с учетом реализации инвестиционных проектов отражаются в значениях параметров F_q^E ($q = 1, 2, \dots, Q$) среднесуточного фонда времени работы оборудования для каждого отдельного периода тактического планирования q .

В ходе тактического планирования предприятие разрабатывает программу $u = (u_t, t = 1, 2, \dots, T)$ производства своей однородной продукции на период времени, включающий T интервалов времени оперативного планирования. Перед началом разработки производственной программы

исходя из установленного на стратегическом уровне среднесуточного фонда w_q^E времени работы оборудования рассчитывается верхняя оценка \bar{u}^{\max} производственной мощности предприятия в расчёте на один оперативный период планирования. В ходе разработки производственной программы учитываются возможности потерь, возникающих на каждом интервале времени t из-за несоответствия объёма $y_t = u_t + z_t$ готовой к реализации продукции и величины x_t спроса на неё, где z_t - объём нереализованной продукции на начало интервала времени t .

Сумма потерь, связанных с отсутствием реализации части $y_t - x_t$ готовой продукции на интервале времени t (затраты на хранение, «замораживание» денежных средств), составляет величину $a(y_t - x_t)$, где a - величина потерь, приходящихся на единицу продукции. Сумма потерь от недопроизводства продукции при наличии на неё спроса составляет на интервале времени t величину $\bar{d}(x_t - y_t)$, где \bar{d} - величина потерь (упущенной выгоды), в расчёте на единицу продукции.

В соответствии с разработанной производственной программой на период тактического планирования в разрезе периодов оперативного планирования устанавливается кадровая программа, определяющая динамику r_t^s ($t = 1, 2, \dots, T$) штатной численности производственного персонала, и программа $r^m = (r_t^m, t = 1, 2, \dots, T)$ обеспечения производства оборотными материальными ресурсами, которая заранее согласовывается с поставщиками: $r_t^s = s_f u_t / S_f$, $r_t^m = m_f u_t$ ($t = 1, 2, \dots, T$), где s_f - трудоёмкость единицы продукции, S_f - нормативный фонд рабочего времени одного работника в течение одного периода оперативного планирования в условиях односменной работы, m_f - количество материальных ресурсов, приходящееся на единицу продукции. Кроме того, с учётом среднесуточного фонда w_q^E времени работы оборудования, определённого для тактического периода q , и указанных выше параметров для каждого периода t оперативного планирования определяются: фонд рабочего времени персонала F_t^s с учётом возможных сверхурочных работ, фонд F_t^E времени

работы оборудования и максимальная производственная мощность предприятия $u_t^{\max} = \min\{F_t^S, F_t^E\}$.

Потери, которые учитывались при разработке производственной программы, могут быть уменьшены путём изменения (корректировки) намеченных производственной программой объёмов производства u_t , $t=1,2,\dots,T$, в ходе оперативного планирования. Однако такая корректировка сама связана с некоторыми потерями. Суммы потерь от изменения объёма производства u_t в меньшую и большую стороны составляют соответственно величины $b(u_t - v_t)$, $d(v_t - u_t)$, где v_t - скорректированный объём производства, b – величина потерь на единицу продукции, которые вызываются выплатой «непродуктивной» зарплаты персоналу в условиях простоев, затратами на хранение неиспользованных оборотных материальных ресурсов и «замораживанием» денежных средств, израсходованных на покупку этих неиспользованных материальных ресурсов; d - величина потерь на единицу продукции, обусловленных доплатами персоналу за сверхурочные работы и покупкой дополнительного количества оборотных материальных ресурсов по повышенным ценам.

Как правило, имеет место соотношение: $\bar{d} > d$. Поэтому снижение потерь в связи с корректировкой объёмов производства u_t в большую сторону будет превышать потери, возникающие в связи с этой корректировкой. Если $a < b$, то изменение на уровне оперативного планирования объёмов производства в меньшую сторону оказывается неэффективным:

Возможность изменения объёмов производства u_t , $t=1,2,\dots,T$, в ходе оперативного планирования может быть учтена при разработке производственной программы. При возможности учёта корректировки объёмов производства оценка потерь от недопроизводства продукции будет определяться величиной $d(x_t - y_t)$, а оценка потерь от перепроизводства продукции - величиной $c(y_t - x_t)$, где $c = \min\{a, b\}$.

В случае интервального прогноза спроса перед началом разработки производственной программы становятся известными предварительные оценки минимального x^{\min} и максимального x^{\max} объёмов спроса, одинаковые

для каждого интервала времени t . Перед началом каждого оперативного интервала времени t становятся известными уточнённые оценки минимального x_t^{\min} и максимального x_t^{\max} объёмов спроса x_t , $x_t \in [x_t^{\min}, x_t^{\max}] \subseteq [x^{\min}, x^{\max}]$ ($t=1, 2, \dots, T$). Под тактическим эффектом будем понимать разность между суммой прибылей, которую получает предприятие за тактический период T , и суммой всех потерь за этот же период. Цель управления ресурсами на тактическом и оперативном уровнях состоит в отыскании такой программы производства u_t ($t=1, 2, \dots, T$) и такого правила отыскания скорректированных объёмов производства v_t ($t=1, 2, \dots, T$), которые обеспечивают максимальный гарантированный тактический эффект.

2. Модели оптимизации производственной программы по критерию максимального гарантированного результата

Рассмотрим задачу отыскания оптимальных по критерию максимального гарантированного результата программ производства однородной продукции с учётом потерь от «замораживания» средств и упущенной выгоды. Примем, что при разработке производственной программы возможность учёта её корректировки отсутствует. Тогда зависимость $E_t = f(x_t, y_t)$ эффекта на оперативном интервале времени t от объёма спроса x_t и количества готовой продукции y_t на интервале времени t определяется функцией $f(x_t, y_t)$, имеющей следующий вид:

$$\begin{aligned} f(x_t, y_t) &= f_1^0(x_t, y_t) = \bar{d}y_t - \bar{d}(x_t - y_t) = \bar{d}(2y_t - x_t); \text{ , если } x_t \geq y_t; \\ f(x_t, y_t) &= f_2^0(x_t, y_t) = \bar{d}x_t - c(y_t - x_t), \text{ если } x_t \leq y_t. \end{aligned}$$

Вектор $x = (x_t, t=1, 2, \dots, T)$ объёмов спроса на оперативных интервалах времени будем рассматривать как реализацию некоторой стратегии природы. Обозначим как $F^Z(u, x)$ функцию, определяющую зависимость эффекта E_Z производственной деятельности за тактический период времени T от производственной программы $u = (u_t, t=1, 2, \dots, T)$ и стратегии природы $x = (x_t, t=1, 2, \dots, T)$, $E_Z = F^Z(u, x)$. Тогда максимально неблагоприятная стратегия природы $x^0 = x^0(u)$ будет определяться следующей формулой: $F^Z(u, x^0) = \min\{F^Z(u, x) / x_t \in [x_t^{\min}, x_t^{\max}]\}$ ($t=1, 2, \dots, T$). Производственная

программа $u^* = (u_t^*, t = 1, 2, \dots, T)$ будет оптимальной по критерию максимального гарантированного результата (тактического эффекта), если

$$F^Z(u^*, x^0) = \max \{ F^Z(u, x^0) / u_t \in [0, u_t^{\max}] (t=1, 2, \dots, T) \}.$$

Очевидно, что оптимальный для природы объём спроса x_T^0 на последнем T -м интервале времени находится из условия:

$$f(x_T^0, y_T) = \min \{ f(x_T, y_T) / x_T \in [x^{\min}, x^{\max}] \}.$$

При этом функция $f(x_T, y_T)$ является убывающей по x_T , если $x_T \geq y_T$, и возрастающей по x_T , если $x_T \leq y_T$. Следовательно, $x_T^0 = x^{\max}$, если $y_T \in [x^{\min}, y^*]$; $x_T^0 = x^{\min}$, если $y_T \in (y^*, x^{\max}]$, где величина y^* находится из условия: $f_1^0(x^{\max}, y^*) = f_2^0(x^{\min}, y^*)$.

Обозначим как $u^{1C} = (u_t^{1C} = y^C - z_t, u_t^{1C} = y^C, t = 2 \dots T)$ и как $u^{2C} = (u_t^{2C} = y^C - z_t, u_t^{2C} = x^{\min}, t = 2 \dots T)$ программы, рассчитанные на поддержание постоянного объёма y^C готовой продукции при реализации природой соответственно стратегий $x^{\max*} = (x_t^{\max*} = x^{\max}, t = 2 \dots T)$ и $x^{\min*} = (x_t^{\min*} = x^{\min}, t = 1, 2, \dots, T)$. Введём следующие обозначения для функций, описывающих зависимости суммарного за период планирования эффекта от длительности T этого периода и объёма y^C готовой продукции: $P^{1*}(T, y^C)$, если $u = u^{1C}$, $x = x^{\max*}$; $P^{1C}(T, y^C)$, если $u = u^{1C}$, $x = x^{\min*}$; $P^{2*}(T, y^C)$, если $u = u^{2C}$, $x = x^{\min*}$; $P_1^{2C}(T, y^C)$, если $u = u^{2C}$, $x = x^{\max*}$, $y^C \leq x^{\max}$; $P_2^{2C}(T, y^C)$, если $u = u^{2C}$, $x = x^{\max*}$, $y^C > x^{\max}$.

Утверждение 1. В случае использования предприятием программ u^{1C} , u^{2C} оптимальный вектор x^0 объёмов спроса совпадает либо с вектором $x^{\min*}$, либо с вектором $x^{\max*}$. При этом $x^0 = x^{\min*}$, если $y^* \leq y_T$; $x^0 = x^{\max*}$, если $y^* \geq y_T$. Доказательство утверждения 1 приведено в [4].

Из приведенного утверждения следует, что предприятию целесообразно выбирать производственную программу исходя из решения одной из следующих двух задач:

- 1) найти $\max \{ R_1(T, y^C) / y^C \in [x^{\min}, y^*] \}$;
- 2) найти $\max \{ R_2(T, y^C) / y^C \in [y^*, x^{\max}] \}$,

где $R_1(T, y^C) = \min\{P^{I*}(T, y^C), P^{IC}(T, y^C)\}$;

$R_2(T, y^C) = \min\{P^{2*}(T, y^C), P_1^{2C}(T, y^C)\}$, если $y^C \leq x^{max}$;

$R_2(y^C) = \min\{P^{2*}(T, y^C), P_2^{2C}(T, y^C)\}$, если $y^C \geq x^{max}$.

Можно видеть, что при любом $T \geq 1$ с увеличением y^C значения функций $P^{I*}(T, y^C)$, $P_1^{2C}(T, y^C)$, $P_2^{2C}(T, y^C)$ возрастают, а значения функций $P^{IC}(T, y^C)$, $P^{2*}(T, y^C)$ убывают. Поэтому оптимальное решение λ задачи 1) находится из условия $P^{I*}(T, \lambda) = P^{IC}(T, \lambda)$, а оптимальные решения μ задачи 2) имеют следующий вид:

$$\mu = \{\mu_1, \text{ если } y^C \leq x^{max}; \mu_2, \text{ если } y^C \geq x^{max}\}$$

и определяются соответственно условиями $P^{2*}(T, \mu_1) = P_1^{2C}(T, \mu_1)$, $P^{2*}(T, \mu_2) = P_2^{2C}(T, \mu_2)$ [4].

Программы u^{IC} , u^{2C} при замене параметра y^C на соответственно величины λ, μ - трансформируются в оптимальные программы u^λ и u^μ . Соотношения между эффектами программ u^λ и u^μ зависят как от длительности периода T , так и от значений параметров других условий задачи. Следует отметить определенное преимущество программы u^λ , обусловленное относительно равномерным характером производства в случае отсутствия больших исходных объемов нереализованной продукции. Программа u^μ предполагает скачок производства на первом оперативном интервале, причем этот скачок оказывается тем большим, чем больше длительность планового периода.

3. Планирование объёмов производства на оперативном уровне при интервальной неопределённости спроса

В связи с неопределённостью величины спроса x_t на каждом оперативном интервале времени t , $x_t \in [x_t^{min}, x_t^{max}]$ будем полагать, что природа минимизирует оперативный эффект E_t производственной деятельности в зависимости от скорректированного объёма \tilde{y}_t готовой к реализации продукции, $\tilde{y}_t = y_t + v_t^A$, где y_t - предварительно планируемый

объём готовой продукции, $y_t = z_t + u_t$, v_t^A - величина изменения предварительно установленного объёма производства u_t , $v_t^A = v_t - u_t$.

Найдём сначала такую величину y_t^0 готовой продукции, которая не нуждается в корректировке, поскольку при ней достигается максимальный гарантированный оперативный эффект. Введём в рассмотрение функции $f_1(x_t, \tilde{y}_t)$, $f_2(x_t, \tilde{y}_t)$, значения которых при выбранной величине \tilde{y}_t готовой продукции определяют оперативный эффект в случаях соответственно либо упущенной выгоды, $\tilde{y}_t \in [0, x_t)$ либо наличия нереализованной продукции в конце интервала времени t , $\tilde{y}_t \in (x_t, u_t^{max}]$, где u_t^{max} - максимальная производственная мощность предприятия, $u_t^{max} > x_t^{max}$. Представим эти функции в следующем образом:

$$f_1(x_t, \tilde{y}_t) = \max\{\bar{d}x_t, f_1^0(x_t, \tilde{y}_t)\}, \quad f_2(x_t, \tilde{y}_t) = \min\{\bar{d}x_t, f_2^0(x_t, \tilde{y}_t)\}, \quad \text{где}$$

$$f_1^0(x_t, \tilde{y}_t) = \bar{d}\tilde{y}_t - \bar{d}(x_t - \tilde{y}_t) = \bar{d}(2\tilde{y}_t - x_t); \quad (1)$$

$$f_2^0(x_t, \tilde{y}_t) = \bar{d}x_t - a(\tilde{y}_t - x_t) = (\bar{d} + a)x_t - a\tilde{y}_t. \quad (2)$$

Для каждого отдельного вида потерь наименее благоприятная для предприятия величина спроса x_t^* определяется из условий:

$$f_1(x_t^*, \tilde{y}_t) = \min\{f_1(x_t, \tilde{y}_t) / x_t \in [x_t^{min}, x_t^{max}]\},$$

$$f_2(x_t^*, \tilde{y}_t) = \min\{f_2(x_t, \tilde{y}_t) / x_t \in [x_t^{min}, x_t^{max}]\}.$$

Из формул (1), (2) следует, что на интервале $x_t \in [x_t^{min}, x_t^{max}]$ при всех $\tilde{y}_t \in [z_t, z_t + u_t^{max}]$ функция $f_1(x_t, \tilde{y}_t)$ является убывающей по x_t , а функция $f_2(x_t, \tilde{y}_t)$ - возрастающей по x_t . Поэтому $f_1(x_t^*, \tilde{y}_t) = f_1(x_t^{max}, \tilde{y}_t)$, $f_2(x_t^*, \tilde{y}_t) = f_2(x_t^{min}, \tilde{y}_t)$.

Введём в рассмотрение функцию $f^{GO}(\tilde{y}_t)$, значения которой будут определять гарантированный оперативный эффект с одновременным учётом обоих видов потерь. Поскольку природа устанавливает величину спроса и, следовательно, вид потерь предприятия после выбора предприятием объёма \tilde{y}_t готовой продукции, то

$$f^G(\tilde{y}_t) = \min\{f_1^G(\tilde{y}_t), f_2^G(\tilde{y}_t)\}, \quad (3)$$

где

$$f_1^G(\tilde{y}_t) = f_1(x_t^{\max}, \tilde{y}_t) = \min\{\bar{d}x_t^{\max}, \bar{d}(2\tilde{y}_t - x_t^{\max})\};$$

$$f_2^G(\tilde{y}_t) = f_2(x_t^{\min}, \tilde{y}_t) = \max\{\bar{d}x_t^{\min}, (\bar{d} + a)x_t^{\min} - a\tilde{y}_t\}.$$

Найдём такую величину \hat{y}_t объёма готовой продукции, при которой значения функций $f_1^G(\tilde{y}_t)$, $f_2^G(\tilde{y}_t)$ совпадают. Как можно видеть, величина \hat{y}_t определяется условием:

$$f_1^0(x_t^{\max}, \hat{y}_t) = \bar{d}(2\hat{y}_t - x_t^{\max}) = (\bar{d} + a)x_t^{\min} - a\hat{y}_t = f_2^0(x_t^{\min}, \hat{y}_t),$$

из которого следует:

$$\hat{y}_t = \frac{(\bar{d}x_t^{\max} + (\bar{d} + a)x_t^{\min})}{2\bar{d} + a}, \quad E_t^0 = \bar{d}\left(x_t^{\min} - \frac{a(x_t^{\max} - x_t^{\min})}{2\bar{d} + a}\right), \quad (4)$$

где E_t^0 - величина оперативного эффекта, соответствующая выбору объёма \hat{y}_t готовой продукции (см. рис.1). Нетрудно убедиться в том, что $\hat{y}_t \in (x_t^{\min}, x_t^{\max})$.

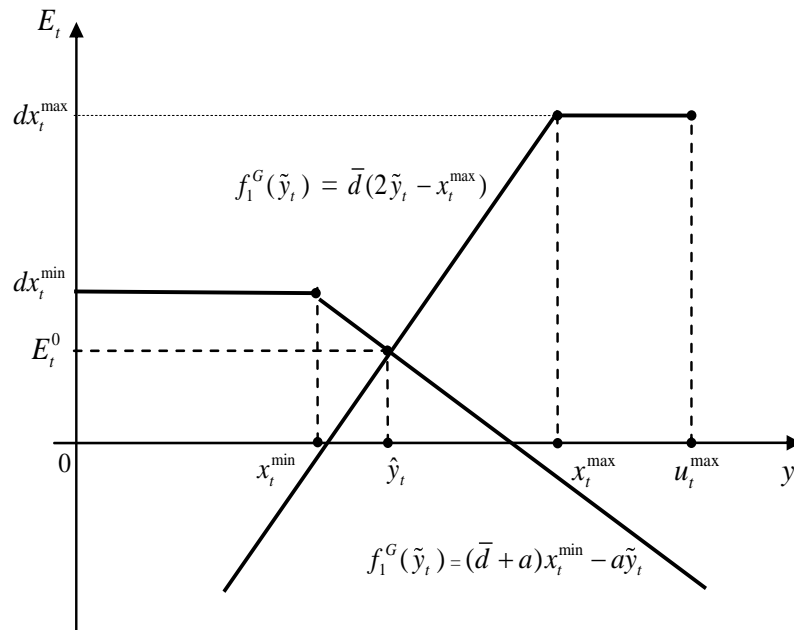


Рис.1 Графики функций, определяющих гарантированный эффект

Обозначим как y_t^0 оптимальный объём готовой продукции, при котором предприятие обеспечивает себе получение максимального гарантированного результата: $f^G(y_t^0) = \max\{f^G(\tilde{y}_t) \mid \tilde{y}_t \in [z_t, z_t + u_t^{\max}]\}$. Из формулы (3) следует, что $f^G(\tilde{y}_t) = f_1^G(\tilde{y}_t)$, если $\tilde{y}_t \in [0, \hat{y}_t]$; $f^G(\tilde{y}_t) = f_2^G(\tilde{y}_t)$, если $\tilde{y}_t \in [\hat{y}_t, z_t + u_t^{\max}]$; $f_1^G(\tilde{y}_t) < f_1^G(\hat{y}_t)$ для всех $\tilde{y}_t \in [0, \hat{y}_t]$; $f_2^G(\tilde{y}_t) < f_2^G(\hat{y}_t)$

для всех $\tilde{y}_t \in (\hat{y}_t, u_t^{max}]$. Поэтому в случае, когда $z_t \leq \hat{y}_t$, при величине \hat{y}_t объёма готовой продукции достигается максимальный гарантированный эффект E_t^{MG} в размере E_t^0 , $y_t^0 = \hat{y}_t$, $E_t^{MG} = E_t^0$. Если $z_t > \hat{y}_t$, то максимальный гарантированный эффект в размере $E_t^z = f_2^G(z_t)$ достигается при величине $\tilde{y}_t = z_t$ объёма готовой продукции, $y_t^0 = z_t$, $E_t^{MG} = E_t^z = (\bar{d} + a)x_t^{min} - az_t$.

При корректировке установленного производственной программой объёма производства u_t происходит одновременно и изменение объёма y_t готовой к реализации продукции, $y_t = u_t + z_t$. Зависимость $\tilde{E}_t = \tilde{f}(x_t, \tilde{y}_t, y_t)$ оперативного эффекта \tilde{E}_t от объёма спроса x_t , скорректированного и исходного объёмов $\tilde{y}_t = y_t + v_t^A$, y_t готовой продукции определяет функция $f(x_t, \tilde{y}_t)$, которая может быть выражена в следующем виде:

$$\tilde{f}(x_t, \tilde{y}_t, y_t) = \varphi(\tilde{y}_t, y_t) + f_1(x_t, \tilde{y}_t), \text{ если } x_t \in [\tilde{y}_t, x_t^{max}]; \quad (5)$$

$$\tilde{f}(x_t, \tilde{y}_t, y_t) = \varphi(\tilde{y}_t, y_t) + f_2(x_t, \tilde{y}_t), \text{ если } x_t \in [x_t^{min}, \tilde{y}_t], \quad (6)$$

где $\varphi(\tilde{y}_t, y_t)$ – функция потерь на корректировку, $\varphi(\tilde{y}_t, y_t) = b(\tilde{y}_t - y_t)$, если $\tilde{y}_t \in [0, y_t]$; $\varphi(\tilde{y}_t, y_t) = -d(\tilde{y}_t - y_t)$, если $\tilde{y}_t \in [y_t, u_t^{max}]$. Поскольку величина $\varphi = \varphi(\tilde{y}_t, y_t)$ потерь на корректировку не зависит от объёма спроса x_t , то при наименее благоприятном для предприятия объёме спроса x_t^* получаем, что $\tilde{f}(x_t^*, \tilde{y}_t, y_t) = \tilde{f}_1^G(\tilde{y}_t, y_t)$, если $x_t \in [\tilde{y}_t, x_t^{max}]$; $\tilde{f}(x_t^*, \tilde{y}_t, y_t) = \tilde{f}_2^G(\tilde{y}_t, y_t)$, если $x_t \in [x_t^{min}, \tilde{y}_t]$, где $\tilde{f}_1^G(\tilde{y}_t, y_t) = \varphi(\tilde{y}_t, y_t) + f_1(x_t^{max}, \tilde{y}_t) = \varphi(\tilde{y}_t, y_t) + \{ \min\{\bar{d}x_t^{max}, \bar{d}(2\tilde{y}_t - x_t^{max})\} \}$; $\tilde{f}_2^G(\tilde{y}_t, y_t) = \varphi(\tilde{y}_t, y_t) + f_2(x_t^{min}, \tilde{y}_t) = \varphi(\tilde{y}_t, y_t) + \max\{\bar{d}x_t^{min}, (\bar{d} + a)x_t^{min} - a\tilde{y}_t\}$.

Введём следующие обозначения:

$\tilde{f}^G(\tilde{y}_t, y_t)$ – функция, определяющая зависимость гарантированного эффекта \tilde{E}_t^G от скорректированного и исходного объёмов \tilde{y}_t и y_t готовой продукции

$$\tilde{E}_t^G = \tilde{f}^G(\tilde{y}_t, y_t) = \min\{\tilde{f}_1^G(\tilde{y}_t, y_t), \tilde{f}_2^G(\tilde{y}_t, y_t)\}; \quad (7)$$

y_t^0 – оптимальный скорректированный объём готовой продукции, при котором предприятие обеспечивает себе получение максимального гарантированного результата:

$$\tilde{f}^G(y_t^0, y_t) = \max\{\tilde{f}^G(\tilde{y}_t, y_t) / \tilde{y}_t \in [z_t, z_t + u_t^{\max}]\}.$$

Для определения конкретных выражений функции $\tilde{f}^G(\tilde{y}_t, y_t)$ гарантированного эффекта в зависимости от соотношений между параметрами y_t, \hat{y}_t выделим три возможных ситуации: $y_t = \hat{y}_t$ (ситуация 1), $y_t < \hat{y}_t$ (ситуация 2), $y_t > \hat{y}_t$ (ситуация 3), где \hat{y}_t - объём готовой продукции, соответствующий точке пересечения графиков функций $f_1^0(x_t^{\max}, \hat{y}_t)$, $f_2^0(x_t^{\min}, \hat{y}_t)$ и определяемый формулой (4).

Ситуация 1 была рассмотрена выше, и она является оптимальной для предприятия. Если в ситуации 2 оказывается, что $z_t < y_t$, $\tilde{y}_t \in [z_t, y_t)$, то с учётом формул (5), (6), (7) получаем:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_2^G(\tilde{y}_t, y_t) - \tilde{f}_1^G(\tilde{y}_t, y_t) &= f_2(x_t^{\min}, \tilde{y}_t) - f_1(x_t^{\max}, \tilde{y}_t) > 0; \\ \tilde{f}^G(\tilde{y}_t, y_t) &= \tilde{f}_1^G(\tilde{y}_t, y_t); \tilde{f}_1^G(\tilde{y}_t, y_t) - \tilde{f}_1^G(\tilde{y}_t = y_t, y_t) = b(\tilde{y}_t - y_t) + \\ &2\bar{d}(\tilde{y}_t - y_t) > 0. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что уменьшение величины y_t готовой продукции либо приводит к уменьшению оперативного эффекта, либо вообще невозможно (в случае $z_t = y_t$).

Если в ситуации 2 выполняется условие: $\tilde{y}_t \in (y_t, \hat{y}_t)$, то $\tilde{f}^G(\tilde{y}_t, y_t) = \tilde{f}_1^G(\tilde{y}_t, y_t)$, а поскольку $2\bar{d} > d$, то функция $\tilde{f}^G(\tilde{y}_t, y_t)$ оказывается возрастающей по \tilde{y}_t : $\tilde{f}_1^G(\tilde{y}_t, y_t) - \tilde{f}_1^G(\tilde{y}_t = y_t, y_t) = -d(\tilde{y}_t - y_t) + 2\bar{d}(\tilde{y}_t - y_t) > 0$. Если в ситуации 2 оказывается, что $\tilde{y}_t \in (\hat{y}_t, z_t + u_t^{\max}]$, то $\tilde{f}^G(\tilde{y}_t, y_t) = \tilde{f}_2^G(\tilde{y}_t, y_t)$, причём функция $\tilde{f}^G(\tilde{y}_t, y_t)$ является убывающей по \tilde{y}_t : $\tilde{f}_2^G(\tilde{y}_t, y_t) - \tilde{f}_2^G(\tilde{y}_t = \hat{y}_t, y_t) < 0$. Поэтому и из того, что в ситуации 2 выполняется условие $z_t \leq y_t < \hat{y}_t$, следует, что оптимальный скорректированный объём готовой продукции и максимальный гарантированный оперативный эффект в ситуации 2 составляют величины $y_t^0 = \hat{y}_t$, $\tilde{E}_t^{MG} = E_t^0$.

Если в ситуации 3 выполняется условие $\tilde{y}_t \in [z_t, y_t)$, то $\tilde{f}^G(\tilde{y}_t, y_t) = \tilde{f}_1^G(\tilde{y}_t, y_t)$, причём функция $\tilde{f}^G(\tilde{y}_t, y_t)$ является возрастающей:

$\tilde{f}_1^G(\tilde{y}_t, y_t) - \tilde{f}_1^G(\tilde{y}_t = y_t, y_t) < 0$. Если в ситуации 3 выполняется условие $\tilde{y}_t \in (\hat{y}_t, y_t)$, то $\tilde{f}^{ro3}(\tilde{y}_t, y_t) = \tilde{f}_2^G(\tilde{y}_t, y_t)$;

$$\tilde{f}_2^G(\tilde{y}_t, y_t) - \tilde{f}_2^G(\tilde{y}_t = y_t, y_t) = (b - a)(\tilde{y}_t - y_t).$$

Если $a > b$, то функция $\tilde{f}^G(\tilde{y}_t, y_t)$ оказывается убывающей. Поэтому в ситуации 3 при условии $a > b$ оптимальный скорректированный объём готовой продукции и максимальный гарантированный оперативный эффект в случае, когда $z_t \leq \hat{y}_t$, составляют величины $y_t^0 = \hat{y}_t$, $\tilde{E}_t^{MG} = E_t^0$. Если $z_t > \hat{y}_t$, имеем: $y_t^0 = z_t$, $\tilde{E}_t^{MG} = E_t^z = f_2^G(z_t) = (\bar{d} + a)x_t^{min} - az_t$.

Если $a < b$, то функция $\tilde{f}^G(\tilde{y}_t, y_t)$ является возрастающей. При этом, если $\tilde{y}_t \in (y_t, z_t + u_t^{max}]$, то $\tilde{f}^G(\tilde{y}_t, y_t) = \tilde{f}_2^G(\tilde{y}_t, y_t)$, причём функция $\tilde{f}^G(\tilde{y}_t, y_t)$ оказывается убывающей: $\tilde{f}_2^G(\tilde{y}_t, y_t) - \tilde{f}_2^G(\tilde{y}_t = y_t, y_t) = - (d + a)(\tilde{y}_t - y_t)$. Поэтому в ситуации 3 при условии $a > b$ оказывается, что $y_t^0 = y_t$, $\tilde{E}_t^{MG} = \tilde{f}_2^G(\tilde{y}_t = y_t, y_t) = f_2^G(y_t) = (\bar{d} + a)x_t^{min} - ay_t$.

Выводы

Разработана многоуровневая оптимизационная модель планирования производства в условиях интервального прогноза объёмов спроса. Модель устанавливает содержание решений, принимаемых на уровнях планирования и определяет распределение между ними рисков потерь. Найдены два типа однопараметрических производственных программ, при которых наиболее неблагоприятными величинами спроса являются стационарные реализации его минимального или максимального объёмов. Получены математические формулы для расчёта оптимальных скорректированных объёмов готовой продукции, обеспечивающих максимальный гарантированный эффект на интервалах времени оперативного планирования.

Литература

1. Заруба В.Я. Системно-ресурсний підхід до управління діяльністю підприємства//Моделі оцінки і аналізу складних соціально-економічних систем: Монографія / Под ред. докт. экон. наук, проф. В.С Пономаренко,

докт. экон. наук, проф. Т.С.Клебановой, докт. экон. наук, проф. Н.А.Кизима.
– Х.: ИД «ИНЖЭК», 2013. С.354-371.

2. Al-Mashari M. Implementing ERP Through SAP R/3: A Process Change Management (PCM) Perspective. / M. Al-Mashari // Journal of King Saud University: Computer and Information Sciences. — 1988. — 14. — pp.25-38.

3. Aloini D. Risk Management in ERP Project Introduction: Review of the Literature / D. Aloini, R. Dulmin, V. Mininno // Information & Management. — 2007. — 44(6). — pp. 547-567.

4. Заруба В.Я. Прогнозирование результатов производства в условиях интервальной неопределённости спроса/ В.Я. Заруба, О.А. Антонец, А.А. Харченко // Сучасні проблеми прогнозування розвитку складних соціально-економічних систем: Монографія / За ред.. О.І.Черняка, П.В.Захарченка. — Бердянськ: ФО-П Ткачук О.В., 2014. С. 74 –94.